

文章编号: 1000-7598-(2004) 08-1239-05

扩展简化 Bishop 法的取矩中心对安全系数的影响

张鲁渝, 郑颖人

(后勤工程学院 军事土木工程系, 重庆 400041)

摘 要: 扩展简化 Bishop 法的提出, 为非圆弧滑面安全系数的求解提供了一个简便的途径。然而, 在建立滑体总体力矩平衡方程时选择不同的取矩中心会得到不同的计算结果, 这在某种程度上限制了该法的应用推广。为此, 针对不同类型的滑面(组合滑面、折线滑面), 较为系统地研究了取矩中心对安全系数的影响规律, 并提出了确定取矩中心的原则。算例分析表明: 无论哪种类型的滑面, 只要选择合适的取矩中心扩展简化 Bishop 法便可得到与严格法(Morgenstern-price 法)相当的计算精度, 且该法数值计算简便, 具有较高的实用价值。

关 键 词: Bishop 法; 边坡稳定; 力矩平衡

中图分类号: TU 441; U 416.1

文献标识码: A

Effect of moment axis on safety factors by extended simplified Bishop method

ZHANG Lu-yu, ZHENG Ying-ren

(Logistical Engineering University, ChongQing 400041, China)

Abstract: The extended simplified Bishop method (ESBM) provides another convenient way to calculate the safety factor of non-circular slip. But a new question arises when to format the equations of overall moment equilibrium of the forces acting on each slice, namely, different positions of moment centers can lead to different safety factors. Just so, the application of ESBM is limited. The authors address the question of the effect of the moment centers on safety factor of non-circular slip. Moreover the principle has been suggested to position the moment center in order to obtain relative accurate safety factor. According to analysis of many examples, the results show that it is possible to make the precision of safety factors calculated by ESBM equivalent to that of by rigorous method such as Morgenstern-Price method as long as the moment centers is choose properly.

Key words: Bishop method; slope stability; moment equilibrium

1 前 言

边坡稳定分析中安全系数的求解以瑞典法和简化 Bishop 法最为经典, 前者忽略了所有的条间力, 后者只考虑水平条间力^[1, 2]。它们均基于二个假定: (1) 各土条满足竖向力平衡, 不满足水平向力平衡; (2) 滑体满足总体力矩平衡。长期以来国内学术界与工程界均认为这两种方法只适用于圆弧滑面, 这实际上是一种误解。文[3, 4]在不增加任何假设的前提下, 将它们推广至非圆弧滑面安全系数的求解, 同时, 仍保持了较高的计算精度(与严格法相比, 下文均指 Morgenstern-price 法)。

扩展简化法(扩展瑞典法和扩展简化 Bishop

法)与经典圆弧法的区别在于: (1) 在建立总体力矩平衡条件时, 取矩中心可以任取, 而不受圆心的限制, 每个土条可能会有不同的转动半径; (2) 增加了土条底边法向力分量对力矩的贡献, 但并没有增加未知数, 求解时只需采用常规迭代法。此时会出现一个新问题: 不同的取矩中心会导致不同的计算结果(安全系数), 原因在于这两种简化方法均不满足土条水平力平衡, 即它们所构造的平衡方程不是一个严格的静力平衡力系。而对于严格法, 因其满足所有静力平衡条件, 则不存在上述问题^[5]。尽管取矩中心的位置在一定区域内对安全系数的影响并不显著, 但并不意味可以随意确定。对于旋转滑面(圆弧滑面与组合滑面), 取矩中心选在圆心便可

得到较高的精度,而对于非旋转滑面(任意折线滑面),取矩中心便不易直观确定,这在某种程度上限制了扩展简化法的应用,因此,研究取矩中心的不同对任意滑面安全系数的影响显得尤为必要。

本文着重解决两个问题:(1)研究取矩中心对安全系数的影响规律;(2)为使扩展简化法的计算精度与严格法相当,给出具体的取矩原则。通过大量算例对比分析的结果表明:对于任意形状滑面,采用扩展简化 Bishop 法时,只需按照简单的原则确定取矩中心,便可得到精度较高的解答。

2 取矩中心与安全系数的宏观规律

2.1 算例设计

为研究取矩中心与安全系数的宏观规律,本文给出了三种典型的滑面类型(圆形、组合、折线滑面)。算例设计如下:选定某一区域,对其进行网格划分,取矩中心则取在网格的交点上,网格范围如图1所示。分别采用扩展瑞典法和扩展简化 Bishop 法求解三种滑面在不同取矩中心下的安全系数 F_s 。因严格法求出的安全系数 F_r 与取矩中心无关^[5],取矩中心变化时 F_r 为常数。针对每一取矩中心,可分别求出两种扩展简化法与严格法的相对误差为 $(F_s - F_r)/F_r \times 100\%$,并以此误差作为相应取矩中心的“标高”,从而可以做出误差等值线图,如图2,图3所示。滑面土质参数均为 $c=29 \text{ kPa}$, $\phi=20^\circ$, $\gamma=13.8 \text{ kN/m}^3$,几何参数见相应图示。

如以相对误差为 z 坐标,结合取矩中心的平面位置坐标 $x, y (\text{m})$,可确定空间中的一点 (x, y, z) ,所有的点则可形成一个空间曲面,如图4,图5所示,由此可清晰地表示出取矩中心与安全系数的关系。

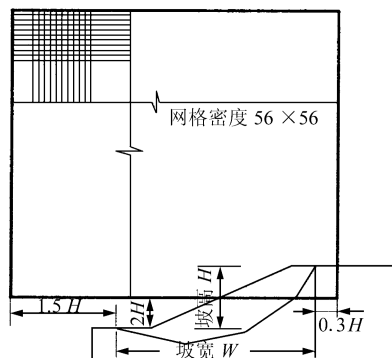


图1 取矩中心网格范围的确定(单位: m)

Fig. 1 The grid of center for moment equilibrium(unit: m)

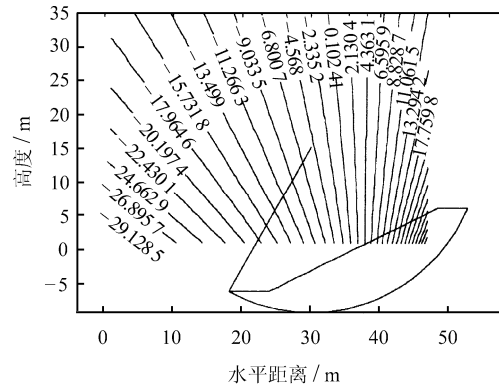


图2 扩展瑞典法与 Morgenstern-price 法安全系数相对误差的等值线图(圆弧滑面)

Fig. 2 Contour map of error between extended ordinary method and Morgenstern-price method (circular slip)

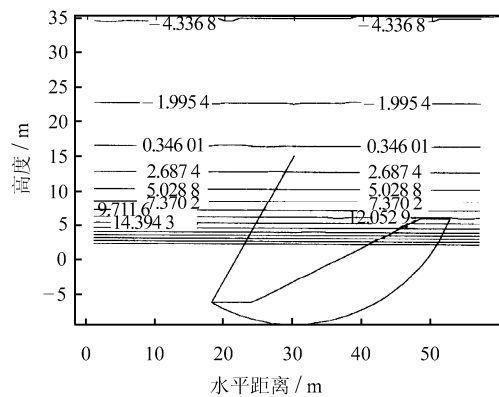


图3 扩展简化 Bishop 法与 Morgenstern-price 法安全系数相对误差的等值线图(圆弧滑面)

Fig. 3 Contour map of error between extended simplified Bishop method and Morgenstern-price method (circular slip)

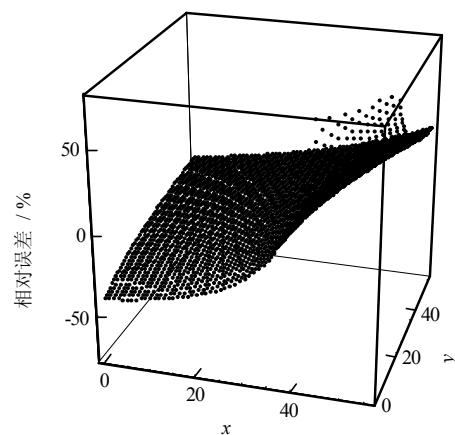


图4 扩展瑞典法与 Morgenstern-price 法安全系数相对误差的空间曲面图(圆弧滑面)

Fig. 4 3D Surface of error between extended ordinary method and Morgenstern-price method (circular slip)

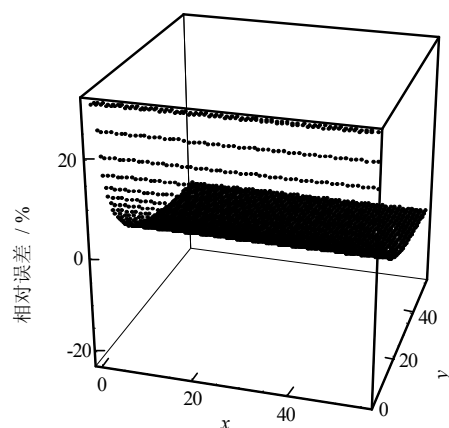


图 5 扩展简化 Bishop 法与 Morgenstern-price 法安全系数相对误差的空间曲面图 (圆弧滑面)

Fig. 5 3D Surface of error between extended Simplified Bishop method and Morgenstern-price method(circular slip)

2.2 结果分析

上述分析中共计算了 9 000 多个滑面, 采用作者开发的 ZSlope 软件可方便实现。因为, 相对误差是安全系数的线性变换, 两者的等值线图形状一致, 所以, 在以下论述时不加区别。

计算表明滑面类型对安全系数等值线图的影响较小, 而计算方法则影响较大。本文省略了组合滑面和折线滑面的计算结果。对于扩展瑞典法, 如图 2 和图 4 所示, 安全系数等值线以坡面中点 (接近) 为原点, 朝向坡外呈辐射状, 安全系数与取矩中心的水平及纵向坐标均有关, 误差最小的区域在坡面中垂线附近; 对于扩展简化 Bishop 法, 如图 3 和图 5 所示, 安全系数等值线均呈水平状分布, 安全系数只是取矩中心竖向坐标的函数。同时, 扩展简化 Bishop 法等值线的间距沿着纵坐标正方向而逐渐增大, 即取矩中心越高, 安全系数变化越不明显, 反之, 则变化明显, 且取矩中心低于坡顶时, 误差也较大。当滑面为圆弧时, 取矩中心在圆心可以得到与严格法一致的精度。

就组合滑面而言, 算例表明以圆弧段滑面的圆心为取矩中心, 误差不大。为避免少数算例带来的片面性, 后文将给出一定数量的算例来验证。而当滑面为折线时, 误差最小的区域也在坡面中垂线附近, 为方便实际应用 (准确定位), 必须按照一定的原则创建一个“圆心”作为取矩中心, 且计算误差不应超过要求的容许误差, 取矩原则详见后文。由图 2, 图 3 还可知, 在同一取矩中心时, 扩展瑞典法的误差一般大于扩展简化 Bishop 法。以下将重点讨论取矩中心对扩展简化 Bishop 法的影响。

3 组合滑面取矩中心的验证

3.1 验证方案设计

本文所说的组合滑面均由圆弧与直线相割而成, 见图 6(a), 如圆弧段滑面半径已定, 可由圆心角 α 与弦半径 R 唯一确定一个组合滑面。其土质参数与几何参数见图 7^[6], 本文提供三种验证方案。

(1) 研究滑面直线段的倾角对误差的影响

对某一组合滑面, 以圆心为取矩中心, 先保持弦半径不变, 对圆心角进行“扫描”, 即只变化圆心角, 如图 6(b) 所示, 可得到一系列滑面, 并分别采用扩展简化 Bishop 法和严格法求出每一滑面的安全系数。改变初始弦半径, 再对圆心角进行“扫描”。上述过程实际上是一个双重循环, 如图 7 示, 其中圆心角变化范围为 $-2^\circ \sim 40^\circ$, 角度增量为 2° , 弦半径取值范围为 $20 \sim 24$ m, 半径增量为 1 m。

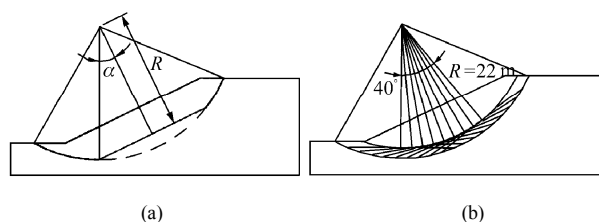


图 6 组合滑面的确定, 弦半径不变, 圆心角改变 (单位: m)
Fig. 6 The description of a composite slip, chord radius unchanges, with central angle varying (unit: m)

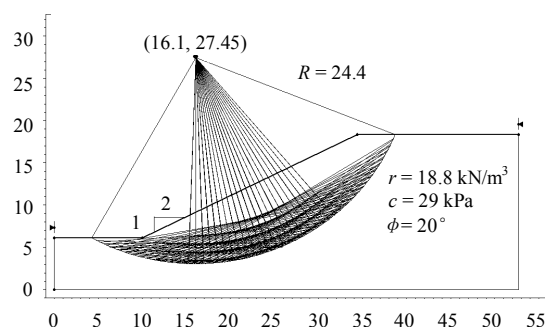


图 7 “双重扫描”的计算过程 (单位: m)
Fig. 7 The description of dual scanning(unit: m)

(2) 研究粘聚力、内摩擦角对误差的影响。

组合滑面的土质参数 (粘聚力 c 及内摩擦角 ϕ) 也可象方案 1 一样, 进行双重扫描, 即每次只变化其中一个量, 而保持另一个不变, 计算出每种情况下的安全系数。粘聚力的变化范围为 $5 \sim 35$ kPa, 增量为 5 kPa, 内摩擦角的变化范围为 $5^\circ \sim 35^\circ$, 增量为 5° 时计算简图见图 8。

(3) 研究坡面坡角对误差的影响。

对某一组合滑面,以滑面坡度为变量进行扫描,坡角变化范围为 $26.56^\circ \sim 76.56^\circ$,增量为 5° 如图 8 所示。

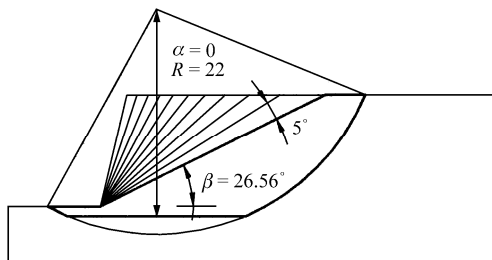


图 8 坡角变化的计算过程

Fig. 8 The description of slope angle varying

3.2 结果分析

上述方案均可通过 ZSlope 软件自动实现。方案 1 的计算结果如图 9 所示。总体上看,随着弦半径的减小,误差增大,但弦半径与圆心角对误差的影响并不显著($-5\% \sim 7\%$)。当原心角接近 0° 和 27° 时(坡面坡角为 26.56° ,即滑面直线段与坡面平行),误差趋于零,此时,用扩展简化 Bishop 法所得安全系数与严格法精度一致。对于每条曲线,在圆心角 0° 和 27° 的曲线中点误差最大。当圆心角小于 9° 时,误差不大于 3% 。当圆心角介于水平与坡面坡角之间时,误差大于零,当圆心角大于坡角时,误差则小于零。

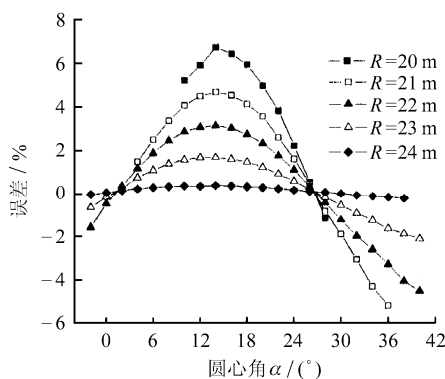


图 9 弦半径 R 不变,以圆心角为变量的误差分析

Fig. 9 With chord radius changeless, error of safety factor as central angle variable

方案 2 的计算结果如图 10 所示。以组合滑面圆弧段的圆心为取矩中心,总体上看粘聚力变化对误差的影响非常小,误差绝对值的最大值不超过 2.5% ,且误差大都为负值,即结果偏于安全。就每一条曲线而言,误差随着粘聚力的递增而递减,当粘聚力为 5 kPa 时,误差最大。同时,误差也随着内摩擦角的增大而增大,但增大幅度并不显著。

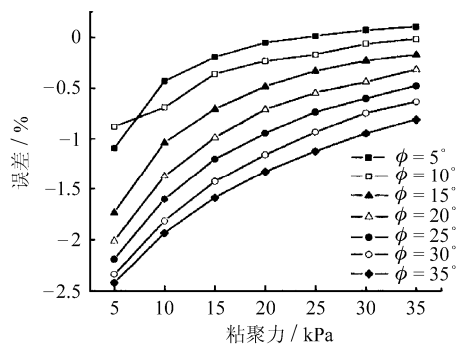


图 10 内摩擦角不变,以粘聚力为变量的误差分析

Fig.10 With inner friction angle changeless, error of safety factor as cohesion variable

方案 3 的误差分析如图 11 所示。误差绝对值随着坡角的增大而增大,当坡角 45° 时,误差最大,其后,误差随着坡角的增大而减小,误差绝对值的最大值不超过 1% ,总体上看坡度对误差的影响可以忽略。

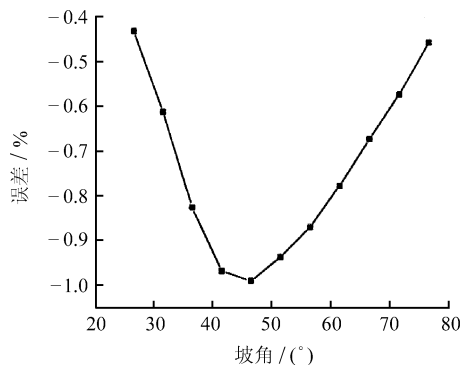


图 11 坡角变化的误差分析

Fig.11 The error of safety factor with slope angle varying

综上所述,对于组合滑面如以圆弧段的圆心为取矩中心,只有圆心角与弦半径,即滑面直线段的长度及倾角对误差的影响相对较大,而粘聚力、内摩擦角以及坡面坡角对误差的影响均可忽略。此结论对下一步研究任意滑面的误差具有指导意义。

4 任意折线滑面取矩中心的确定

根据取矩中心与安全系数的宏观规律可知,取矩中心在坡面中垂线附近时,误差最小,为准确定位取矩中心,本文提出如下方法:将滑面的起点与终点相连,并将连线作为等腰三角形的底边,与此底边相对的三角形顶点则为取矩中心,取矩中心的确定便转化为确定等腰三角形的底边夹角 θ ,如图 12 所示。本节将重点讨论任意折线滑面段倾角变化(长度也相应变化)时对误差的影响。

4.1 算例设计

土质参数如图 7 所示,滑面的几何参数如图 12

所示, 滑面段由 $ABCDE$ 组成。开始计算时, 首先给定某一初始底边夹角 θ , 即确定一个取矩中心, 随后 CD 段以 C 点为轴, 逆时针旋转, 其倾角变化范围为 $0^\circ \sim 24^\circ$, 角度增量为 4° , 此时 DE 段倾角不变。每一个倾角增量可形成一个滑面, 采用扩展简化 Bishop 法与严格法计算其安全系数。当 CD 段倾角达到最大值 24° 时, 再以此时的 D 点为轴, DC 段逆时针旋转, 其倾角变化范围为 $27^\circ \sim 47^\circ$, 角度增量仍为 4° , 此时 BC 保持水平, 当 DC 段倾角达到最大值 47° 时, 完成一次扫描。

改变初始底边夹角 θ , 即改变取矩中心的位置, 按上述方法再进行扫描, 底边夹角 θ 的变化范围为 $10^\circ \sim 60^\circ$, 角度增量为 5° 。ZSlope 软件可自动完成上述过程。

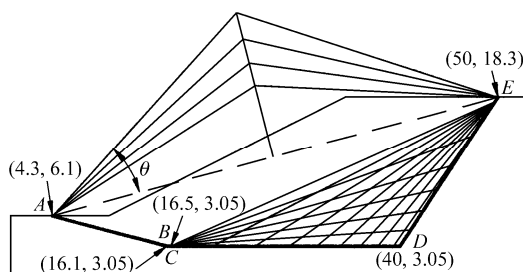


图 12 任意折线滑面取矩中心的确定(单位:mm)

Fig.12 The description of axes of moment for polyline slip

4.2 结果分析

图 13 表明: 扩展简化 Bishop 法对取矩中心的要求并不十分严格, 当滑面倾角接近坡面坡角时, 取矩三角形底边夹角 θ 大于或等于 20° 便可得到误差小于 4% 的结果; 当滑面倾角小于坡面坡角时, 底边夹角 θ 大于 35° , 即可得到误差绝对值小于 4% 的结果。当滑面倾角大于坡面坡角时, 底边夹角 θ 在 $25^\circ \sim 35^\circ$, 误差绝对值可小于 4%。如果想得到较为保守的结果, 只需适当地提高取矩中心(增大底边夹角) 便可, 如当 $\theta = 60^\circ$, 此时误差最大为 -8%。

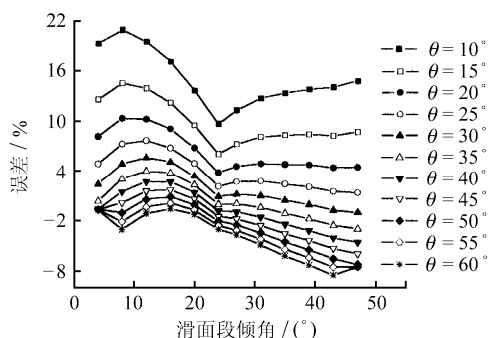


图 13 滑面段倾角改变时的误差分析

Fig.13 Error analysis with slide angle varying

5 结论

(1) 本文给出了取矩中心与安全系数的宏观规律: 扩展瑞典法的安全系数等值线以坡面中点(接近)为原点, 朝向坡外呈辐射状, 安全系数与取矩中心的水平及纵向坐标均有关, 而扩展简化 Bishop 法的安全系数等值线呈水平状分布, 安全系数只是取矩中心竖向坐标的函数。两种方法的取矩中心在坡面中垂线附近区域时, 误差最小, 且取矩中心的位置一般不要低于坡顶。

(2) 对于组合滑面, 当以圆弧段的圆心为取矩中心时, 当圆心角接近 0° 和坡面坡角时, 误差总是趋于零, 此时用扩展简化 Bishop 法所得安全系数与严格法精度一致。圆心角与弦半径对误差的影响相对较大, 而粘聚力、内摩擦角以及坡面坡角对误差的影响均可忽略。

(3) 对于任意非圆弧滑面, 扩展简化 Bishop 法对取矩中心的要求并不严格。如果想得到较为保守的结果, 只需适当地提高取矩中心的位置(增大底边夹角), 如取底边夹角 $\theta = 60^\circ$ 。

参考文献

- [1] Lee W Abramson, Thomas s. Lee and Sunil Sharma, Glenn M. Boyce. Slope Stability and Stabilization Methods[M]. [s. l.]: A Wiley-Interscience Publication, 1996.
- [2] 张天宝. 土坡稳定分析和土工建筑物的边坡设计[M]. 成都: 成都科技大学出版社, 1987.
- [3] 张鲁渝, 郑颖人. 简化 Bishop 法的扩展及其应用[A]. 第九届全国土力学及岩土工程学术会议[C]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- [4] 张鲁渝, 郑颖人. 简化 Bishop 法的扩展及其在非圆弧滑面中的应用[J]. 岩土力学, 2004, 25(6): 927—927, 934.
- [5] ZHANG Lu-yu, ZHENG Ying-ren. The application of stability analysis for non-circular slip by extend simplified Bishop method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(6): 927—927, 934.
- [6] Fredlund D G, Zhang Z M, Lam L. Effect of the axis of moment equilibrium in slope stability anlysis[J]. Canadial Geotechnical Journal, 1992, 29(3): 456—465.
- [7] 朱禄娟, 谷兆棋, 郑榕明, 等. 二维边坡稳定方法的统一计算公式[J]. 水利发电学报, 2002, (3): 21—29.
- [8] ZHU Lu-juan, GU Zhao-qi, ZHENG Rong-ming, et al. Uniform formulation for 2D slope stability analysis [J]. Chinese Journal of Hydroelectric Engineering, 2002, (3): 21—29.